

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論を用いた 囲碁局面の数理的解析

九州工業大学 情報工学部 知能情報工学科
中村 貞吾

2006年1月23日(月)

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

発表内容

- 概要
- 組合せゲーム理論とは?
- 囲碁局面の数理的解析
 - ヨセの解析
 - コウの解析
 - 眼形の解析
 - 攻合いの解析
- まとめ

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

はじめに

- 組合せゲーム理論 (Combinatorial Game Theory)
 - Conway : "On Numbers and Games", (1976)
 - Berlekamp, Conway, Guy : "Winning Ways", (1984)
 - ▶ 組合せゲーム理論の基礎とその応用を豊富な実例と共に示した名著
- 全体の局面が独立した部分局面の和に分解できるようなゲームの解析に大きな威力を発揮
 - 囲碁はそういった部分性の強いゲーム
 - 囲碁自体が興味深くチャレンジングな対象

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論の囲碁への適用

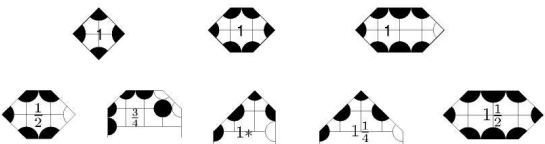
- ヨセの解析
 - Berlekamp, Wolfe : "Mathematical Go", (1994)
 - 1目を争う最終盤のヨセ局面を数学的に厳密に解析する手段を与えた
 - プロ棋士でも悩まされるような複雑なヨセ問題に対して見事に正解を出す
 - 最近では,
 - ▶ この理論の早期の適用, 複雑な形のヨセ局面の解析
 - ▶ コウを含む局面を一般的に解析する手法に関する研究

ヨセコウの解析

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論の囲碁への適用

- 眼形の解析
 - Landman : "Eyespace Values in Go", (1996)
 - 眼の数をスコアとするゲーム: **Bargo**
 - 「後手1眼(半眼)」や「先手1眼」などの概念を数学的に明確に説明



コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論の囲碁への適用

- 攻合いの解析
 - 中村 : "組合せゲーム理論を用いた囲碁の攻合い解析", ゲーム情報学研究会 GI 9-5, (2003)
 - 攻合いの手数をスコアとするゲーム: **SemGo**
 - 「大石同士の攻合い」で手数を数える際には, 部分部分の手数の和として全体の手数を数える
 - 攻合いの手数は単純な数ではなく, 各プレイヤーが着手することによって変化するゲーム局面

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論

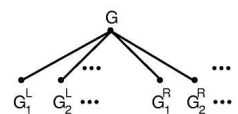
- ゲームとは？
 - 2人のプレイヤー (Left と Right)
 - ▶ Left は値の大きい方を好み, Right は小さい方を好む
 - 完全情報, ゼロ和, 有限状態, 偶然性なし
 - 勝敗の決定法
 - ▶ 通常は, **プレイできなくなった側の負け**
 - ▶ 勝敗条件を逆転する場合もある
「逆型ゲーム」と呼ばれる

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論

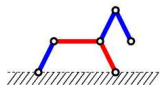
- ゲーム (局面)

$$G \stackrel{\text{def}}{=} \{G_1^L, G_2^L, \dots \mid G_1^R, G_2^R, \dots\}$$

G_1^L : G に対して Left が着手してできるゲーム局面 (left follower)
 G_1^R : G に対して Right が着手してできるゲーム局面 (right follower)
- ゲーム木
 
- 手番の概念はない!
 - 部分局面内では連続着手もありうる

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

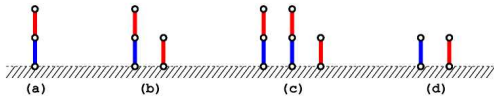
Hackensbush



- 着手
 - Left は 青 (bLue) の枝を1本切る
 - Right は 赤 (Red) の枝を1本切る
 - 着手後, 地面につながっていない部分は消え去る
- 勝敗
 - 着手できなくなった側の負け
(自分の手番のときに切る枝が無くなった側の負け)

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

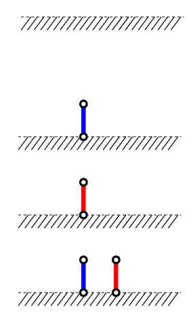
Hackensbush



- (a) どちらが先着しても Left (bLue) の勝
- (b) どちらが先着しても Right (Red) の勝
- (c) 先着側の負
Left が先着すると Right の勝
Right が先着すると Left の勝
- (d) 先着側の負

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Hackensbush



- 枝が1本もない場合
 - Left も Right も合法手なし
 - $G = \{ \mid \} \rightarrow 0$ と定義
 - 0 は「先着側の負け」となるゲーム
- 青が1本のみ
 - $G = \{ 0 \mid \} \rightarrow 1$ と定義
- 赤が1本のみ
 - $G = \{ \mid 0 \} \rightarrow -1$ と定義
- 赤と青1本ずつ
 - $G = \{ -1 \mid 1 \}$
 - 先着側が負ける $\rightarrow 0$ $G = \{ -1 \mid 1 \} = 0$
 - G は 1 と -1 の2つのゲームを合わせたゲーム
 \rightarrow ゲームの和

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論

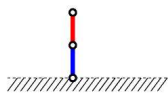
- ゲームの和

$$G + H \stackrel{\text{def}}{=} \{G^L + H, G + H^L \mid G^R + H, G + H^R\}$$
 - 和 $G + H$ の要素である G と H はサマンド (summand) と呼ばれる
- 反転

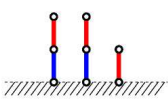
$$-G \stackrel{\text{def}}{=} \{-G^R \mid -G^L\}$$
 - G において Left と Right を入れ換えたゲームを G の反転と呼び $-G$ と書く
 - ▶ 囲碁では, 黒石と白石を交換した局面に相当

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Hackenbush



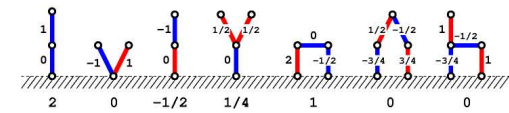
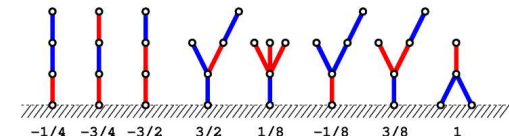
- このゲームの値は？
 - $G = \{0 | 1\} \rightarrow \rightarrow 1/2$
 - これが正しいことを示すには play してみればよい



- このゲームが先着側の負けなら値は0
 - $1/2 + 1/2 + (-1) = 0$ が示せる

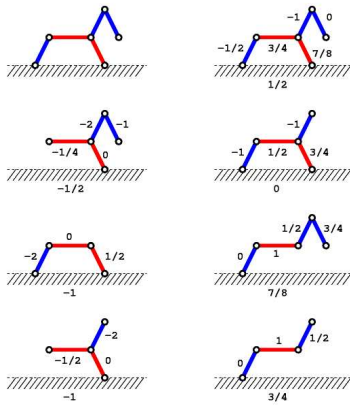
コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Hackenbush

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Hackenbush



コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

数(number)

- 整数, および, 2のべき乗を分母とする分数
 - $0 \stackrel{\text{def}}{=} \{ | \}$
 - $n + 1 \stackrel{\text{def}}{=} \{ n | \} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$
 - $\frac{m}{2^k} \stackrel{\text{def}}{=} \{ \frac{m-1}{2^k} | \frac{m+1}{2^k} \} \quad (k \text{ は整数, } m \text{ は奇数})$
- 数の例
 - $1 = \{0 | \}, 2 = \{1 | \}, 3 = \{2 | \}, \dots$
 - $-1 = \{ | 0\}, -2 = \{ | -1\}, -3 = \{ | -2\}, \dots$
 - $\frac{1}{2} = \{0 | 1\}, \frac{1}{4} = \{0 | \frac{1}{2}\}, \frac{5}{8} = \{\frac{1}{2} | \frac{3}{4}\}, \dots$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

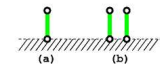
大小関係

- 正負と勝敗の関係
 - $G > 0 \iff \text{Left の勝ち}$
 - $G < 0 \iff \text{Right の勝ち}$
 - $G = 0 \iff \text{先着側の負け}$
 - $G \langle \rangle 0 \iff \text{先着側の勝ち}$
- 2つのゲームの比較
 - $G > H \iff G + (-H) > 0$
 - $G < H \iff G + (-H) < 0$
 - $G = H \iff G + (-H) = 0$
 - $G \langle \rangle H \iff G + (-H) \langle \rangle 0$

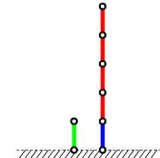
コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Hackenbush

- 緑色の枝
 - Left も Right もどちらのプレイヤーも切断可



- $G = \{0 | 0\} \rightarrow \rightarrow *$ (スター)
 - 先着側の勝ち
 - * が2個合わさると? $** = 0$



- $G = * + 1/16$
- 手番によらず Left の勝ち
 - $* + 1/16 > 0$
 - $* > -1/16$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

無限小要素(infinitesimals)

- 0でないどんな数よりも微小な値を持つようなゲームが存在する

$$-\epsilon < G < \epsilon \quad (\epsilon \text{ は任意の正の数})$$

- 代表的な無限小要素

$$* \stackrel{\text{def}}{=} \{0 \mid 0\}, \quad \downarrow \stackrel{\text{def}}{=} \{* \mid 0\}, \quad \neg x \stackrel{\text{def}}{=} \{\{x \mid 0\} \mid 0\}$$

$$\uparrow \stackrel{\text{def}}{=} -\downarrow, \quad \dagger x \stackrel{\text{def}}{=} -\neg x,$$

$$\uparrow \stackrel{\text{def}}{=} \uparrow + \uparrow, \quad \uparrow \uparrow \stackrel{\text{def}}{=} \uparrow + \uparrow + \uparrow, \quad \uparrow * \stackrel{\text{def}}{=} \uparrow + *, \quad \dots$$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

代表的な無限小要素の性質

$$\uparrow > \dagger y > \dagger x > 0 > \neg x > \neg y > \downarrow \quad (x > y > 0)$$

$$* + * = 0, \quad \uparrow > * > \downarrow,$$

$$* < 0, \quad * < \uparrow, \quad * < \downarrow, \quad \uparrow * < 0, \quad \downarrow * < 0$$

- 例:

$\uparrow * < 0$	\iff	先着側の勝
$\downarrow * < 0$	\iff	先着側の勝
$\uparrow * > 0$	\iff	Leftの勝
$\downarrow * < 0$	\iff	Rightの勝
$\dagger x \neg y < 0$	\iff	Rightの勝

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

冷却 (cooling)

- $\{x \mid y\}$ ($x > y$) であるようなゲームは先着することによる利得が大きい
- 先手の優位性が大きいゲームは熱い (hot)
- これは冷却 (cooling) 操作によって数(number)および無限小要素(infinitesimal)となる

$$\text{Cool}(G, t) \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{Cool}(G^L, t) - t \mid \text{Cool}(G^R, t) + t\}$$

ただし、もし $\text{Cool}(G, \tau)$ が数 x と無限小要素だけの差であるような $\tau < t$ が存在する場合は $\text{Cool}(G, t) = x$ とする

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

平均値と温度

- G を十分に大きな温度で冷却すると数が得られる
- これを G の平均値 (mean value) という
- $\text{Cool}(G, t)$ が平均値となるような最小の t を G の温度 (temperature) という
- 温度は、そのゲーム局面への着手の緊急性の度合、すなわち、着手の価値に相当する

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

サーモグラフ(thermograph)

- left wall : $\text{Cool}(G, t)$ に対する黒が先着の交互着手の結果
- right wall : $\text{Cool}(G, t)$ に対する白が先着の交互着手の結果
- freezing point : G の平均値と温度
- G の t 度の冷却は、サーモグラフのベースラインを t だけ持ち上げることに相当

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

サーモグラフ(thermograph)

- 両後手

- 片先手

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

サーモグラフ(thermograph)

■ 両先手

$G = \{ \{7|2\} | \{ \{2|0\} | -4 \} \}$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

囲碁のヨセの解析

■ Berlekamp, Wolfe : "Mathematical Go", (1994)

- 囲碁のヨセ局面は部分的なヨセ局面の集り
- 各部分局面の解析をもとにして、全局的な形勢判断や最善手の導出を行なう
- 組合せゲーム理論に基づく解析
 - ▶ どちらのプレイヤーが最終着手を行なうか →→ 手止り
 - ▶ そのための方法
- 1目のヨセしか残っていない局面
 - ▶ 1度の冷却 (Chilling)
 - ▶ 結果の正負によって判定できる

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

ヨセの解析例 : 白番

■ 合計 : *

■ 合計 : ↑*

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

ヨセの解析例 : 白番

■ 合計 : ↓

■ 合計 : ↓*

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

熱い局面を含むヨセへの適用例

$\{3|-1\} \xrightarrow{2度冷却} 1*$
 $\{6|\{4|0\}\} \xrightarrow{2度冷却} 4\uparrow$

温度は2度、スコアの合計は $-1\uparrow*$
 黒は*に、白は↑に着手すべき

黒先 スコア=1

失敗 スコア=-1

白先 スコア=-3

失敗 スコア=-1

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

(ヨセにおける) コウの解析

Berlekamp : "The Economist's View of Combinatorial Games", (1996)
 Mueller, Berlekamp, Spight : "Generalized Thermography", (1996)

■ komaster モデル

- 相手のコウダテにすべて受けてもコウ争いに勝てるだけの十分な数のコウダテを持っている 状況のモデル化
 - ▶ コウに負ける側のプレイヤー (koloser) は、コウダテによってフリカワることはできない
 - ▶ koloser は、コウと同じ価値の他方面のヨセを打つことになる
- komaster は koloser がコウよりも低い価値のヨセしか打てない状況になるまでコウ争いを続けるほど多くのコウダテを持っていない
- したがって、komaster のコウトリに対して koloser が他方面のヨセに向かった場合は、komaster は **直ちにそのコウを解消する義務** がある。
- koloser はコウと同じ価値の他方面のヨセを2手続けて打つことによって代償を得るとするのが相場の分かれ

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

コウの解析

- 単純コウ
 -
 -
- 黒 komaster
 -
- 白 komaster
 -

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

コウの解析

- 単純コウ + 後手ヨセ
 -
 -
 -
-

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

コウの解析

- komaster モデルはコウダテによるフリカワリを考慮していない
 - 現実のコウ争いを忠実に反映したモデルではない
- ヨセコウなどの複雑なコウ局面の解析ができない
- コウダテを考慮した新しいコウ解析のモデル
Neutral Threat Environment (NTE)

Spight : "Evaluating Kos in a Neutral Threat Environment", (2002)

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

コウの解析

- $k(u) = \{ \{ 2u \mid 0 \} \mid \}$
 - サイズ u の黒のコウダテ
 - 白は事前に解消できない
- $-k(u) = \{ \mid \{ 0 \mid -2u \} \}$ は白のコウダテ
- NTE: 様々なサイズのこのような黒と白のコウダテのペアが多数存在する理想的な環境
- 「損得なしの見事なフリカワリ」を実現するコウダテが常に選択可能

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

NTE を用いたコウの解析

- 単純コウ
 -
- 黒 komaster
 -
- NTEの場合
 -
- 白 komaster
 -

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

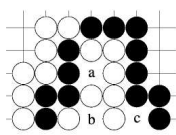
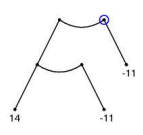
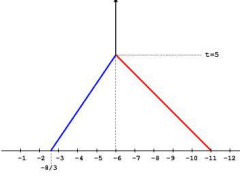
NTE を用いたコウの解析

- 一般的なコウ
 -
- u : 適正なコウダテのサイズ
 - $\max(C + \{ 0 \mid -2u \}) = \min(F + \{ 2u \mid 0 \})$
 - $T = (C - F) / 4$
 - $K = (C + F) / 2$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

NTE を用いたコウの解析

■ 一手ヨセコウ

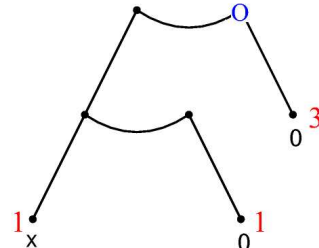




■ n 手ヨセコウの一手の大きさは
コウの出入りの $\text{Fib}(n+4)$ 分の 1

- 本コウ 1/3
- 1手ヨセコウ 1/5
- 2手ヨセコウ 1/8
- 3手ヨセコウ 1/13

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

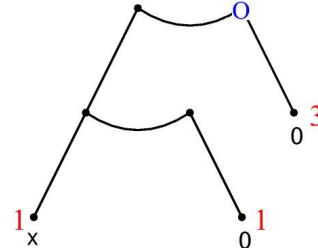
一手ヨセコウ × 5



■ 黒先：スタート地点 O の平均値は $x/5$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

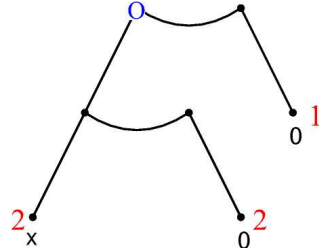
一手ヨセコウ × 5



■ 白先：スタート地点 O の平均値は $x/5$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

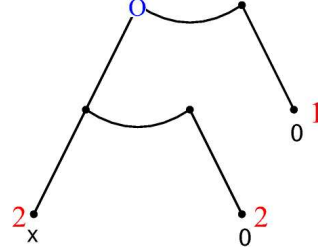
一手ヨセコウ × 5



■ 黒先：スタート地点 O の平均値は $2x/5$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

一手ヨセコウ × 5



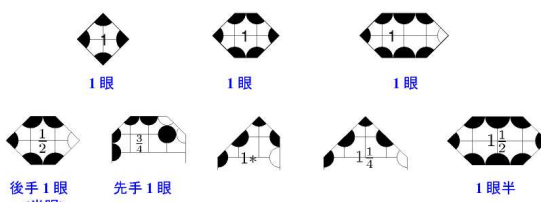
■ 白先：スタート地点 O の平均値は $2x/5$

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

眼形の解析

■ Landman : "Eyespace Values in Go", (1996)

- 眼の数をスコアとするゲーム: Bargo
 - ▶ スコアの状態は 0 眼, 1 眼, 2 眼(以上) の 3 通り



コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いの解析

中村: "組合せゲーム理論を用いた囲碁の攻合い解析",
ゲーム情報学研究会 GI 9-5, (2003)

中村: "コウを含む囲碁の攻合いの解析", GPW'04, (2004)

...

- 攻合いの手数をスコアとするゲーム: SemGo
 - 「大石同士の攻合い」で手数を数える際には、部分部分の手数の和として全体の手数を数える
 - 攻合いの手数は単純な数ではなく、各プレイヤーが着手することによって変化するゲーム局面

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

囲碁の攻合い: 用語

- 単純ダメ (plain liberty)
 - 対象ブロックのダメのうち、相手方の安全なブロックに隣接しているダメ
- ダメ領域 (liberty region)
 - 外ダメ, 内ダメ, 眼形ダメなど、各々の空点の連結成分からなる領域

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

囲碁の攻合い

- 関連研究

Mueller: "Race to capture: Analyzing semeai in Go",
GPW '99, (1999)

 - 攻合いの対象となっているグループの
 - ▶ 外ダメと内ダメの状態
 - ▶ 眼形の有無とタイプ
 に応じて9種類のクラスに分類
 - その中で簡単な2つのクラスに対して攻合い勝ちとなる条件を示す
 - ▶ 「眼あり眼なし」や「大ナカ小ナカ」なども含む

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Mueller による攻合いの分類(1)

- ダメの状態
 - 単純ダメかどうか
- 眼形タイプ
 - 眼形のサイズに応じた分類で、サイズが
 - 0 (眼なし) ■ 1~3 ■ 4
 - 5 ■ 6 ■ 7
 の6つのタイプがある
 - サイズの大きいタイプの方に優位性がある

眼形のサイズ	0	1	2	3	4	5	6	7
タイプ	E_0	E_1	E_1	E_1	E_4	E_5	E_6	E_7
ナカ手の手数	0	1	2	3	5	8	12	17

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Mueller による攻合いの分類(2)

- クラス0

外ダメ, 内ダメ共に単純ダメ, 眼なし.
- クラス1

外ダメ, 内ダメ共に単純ダメ, 眼アリ.
- クラス2

クラス1と同様だが、未解決のナカ手あり.
- クラス3

探索によって単純ダメに掃蕩されるような、単純ダメでない外ダメ, 内ダメを含む.

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Mueller による攻合いの分類(3)

- クラス4

より一般的なダメや眼形, 手数が1手以上変化するような着手を含む.
- クラス5

対象ブロック以外にも安全でないブロックあり. ただし、敵の対象ブロックとは隣接していない.
- クラス6

1つ以上の対象ブロックが鎖(chain)を形成
- クラス7, 8

より一般的な攻合い(閉領域, 開領域)

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

Mueller による「攻合いの勝敗の判定条件」

- クラス 0 と 1 の攻合い
 - ▶ 互いに唯一の対象ブロック
 - ▶ ブロックは 0 眼, または, ナカ手の 1 眼のみ
 - ▶ 外ダメも内ダメもすべて単純ダメ \implies 単純な「数」
- 判定条件

Δ : 攻撃側から見た外ダメ数の優位性 (対象ブロックの外ダメの数の差)

S : 内ダメ数

$$F = \begin{cases} S & (S = 0 \text{ または 防御側に 1 眼あり}) \\ S - 1 & (S > 0 \text{ かつ 防御側に 眼がない}) \end{cases}$$

$\Delta \geq F$ ならば 攻撃側の 攻合い 勝

 - ▶ F は 防御側の 石を アタリにする までに 攻撃側が 埋めなければならない 内ダメ数
 - ▶ 眼形クラスが 優位な 側は 攻撃側になる 必要なし

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論を用いた攻合いの解析

- 攻合いにおける「ダメの数」の 2 つの意味
 - 「活路の数」 局面の静的な情報として与えられる
 - 「手数」 活路を奪い取るのに必要とされる着手の数
- 以下では, 「ダメ数」は前者の意味で使用
- 単純ダメのみの場合はダメ数と手数は一致するが, 一般にはダメを詰める前に手入れを必要とする場合があるので, ダメ数は手数の下限となる
- 単純ダメではないようなダメの例

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

組合せゲーム理論を用いた攻合いの解析

- ゲーム (局面)
 - 黒の対象ブロックの手数を正のスコア
 - 白の対象ブロックの手数を負のスコア
 - 黒, 白双方の着手によってスコアが変化する場合の対象ブロックの手数

$$G = \{G^L \mid G^R\}$$

G^L : G に対して Left (黒) が着手した後の対象ブロックの手数
 G^R : G に対して Right (白) が着手した後の対象ブロックの手数

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いの手数

- ヨセでは確定した地は減らないが, 攻合いではダメを詰めることによって一手ずつ減らされる運命
- 手数はどうやって確定するのか?
 - 相手方の対象ブロックのダメを詰める着手はいつでも一手の価値がある
 - 自分の対象ブロックには, 一手以上手が延びないならば着手すべきでない
 - ▶ 攻合いにおいては「身ダメを詰める着手」は行なわない
 - 無駄な着手を枝刈りして手数を確定させる

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いの手数 : 枝刈り

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いの手数 : 枝刈り

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

標準形の手数木への変換

- 対象ブロックのダメ数が0になるまで両プレイヤーの合法手を着手
 - この時点では、身ダメをつめているなどの損な着手かどうかは全く考えずに可能な着手をすべて行なう
 - そうすると、出来上がったゲーム木の葉の値はすべて0となっている
 - ただし、実際にはダメが単純ダメになった時点で打切ってダメを数えてもよい
- ゲーム木のノードを葉から根に向かって以下の変形操作を順に適用
 - ノードの温度が1未満であるとき、そのノードから出る対象ブロック側のプレイヤーの着手を枝刈り
 - 枝刈り後、一方のプレイヤーの着手しか持たないノードの値を次式で置換

$$\{ |n| \} \implies n+1$$

$$\{-n| \} \implies -n-1$$
 (ここが、通常の組合せゲーム理論的扱いとは異なる)
- 正準形 (canonical form) へ変換
 - 劣性選択枝の除去 (deleting dominated options)
 - 反撃短絡 (bypassing reversible moves)

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いゲーム : SemGo

- 部分局面(サマンド)が標準形の手数木を用いて表わされるゲーム
- 地としてのスコア概念はなく、純粋に対象ブロックの攻合いの勝敗だけが考慮の対象
 - 各サマンドの領域内の対象ブロックは一つのみ
 - 着手のルールは通常の囲碁と同様で、自殺手は禁止
 - サマンドの領域中のすべての相手方の対象ブロックのダメを先に0にした側の勝ち(最終着手時のみ自殺手も許される)
- これは、内ダメを持たない石同士の攻合いをモデル化したもの

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いゲーム : SemGo

- 攻合いゲーム SemGo の解析法
 - 最小の価値の着手が温度0のダメへの着手であるような囲碁のヨセ局面の解析には「1度の冷却」が役立つ
 - 一方、攻合いゲームでは1度の着手が最小の価値の着手
 - 攻合いゲームは1度の冷却によってまずヨセ局面と同等のゲームになり、そこからさらに1度冷却することによって局面評価ができる
 - 攻合いゲームの解析には「2度の冷却」が有効

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いゲームの判定 (内ダメの無い場合)

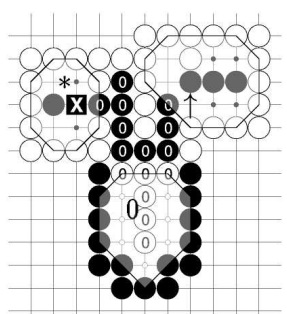
G : 攻合いゲーム, g : G を2度冷却したゲーム

- g が整数になるとき
 - g > 0 ならば黒勝
 - g < 0 ならば白勝
 - g = 0 ならば先着側の勝
- n+1 > g > n (nは整数) であるとき
 - 黒が先着すると「同数着手」により手番を黒に保ったまま値を n+1 にできる.
 - 白が先着すると「同数着手」により手番を白に保ったまま値を n にできる.
 そして、得られた値を1.の方法で評価する.
- g <> n (g と整数 n が比較不能) であるとき
 - 黒が先着すると「同数着手」の後、値を n+1 にできる.
 - 白が先着すると「同数着手」の後、値を n-1 にできる.
 そして、得られた値を1.の方法で評価する.

上の2.および3.で得られた値のことを「gの調整値」と呼ぶ

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

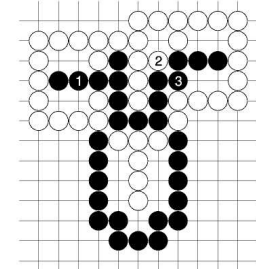
攻合いの解析例 : 問題 (a)

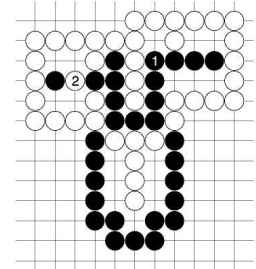


$\{4|0\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} 2*$
 $\{6|\{4|0\}\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} 4 \uparrow$
 -7
 合計 = $-1 \uparrow * <> -1$
 黒の調整値 = 0
 先着すれば勝てる

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いの解析例 : 問題 (a)

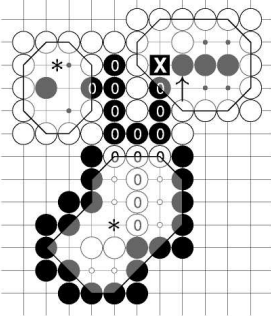
- 正解図
 

黒が手止りに着手
- 失敗図
 

白が手止りに着手

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いの解析例 : 問題 (b)



$$\{4 | 0\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} 2 *$$

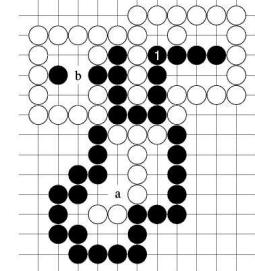
$$\{6 | \{4 | 0\}\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} 4 \uparrow$$

$$\{-5 | -9\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} -7 *$$

合計 = $-1 \uparrow > -1$

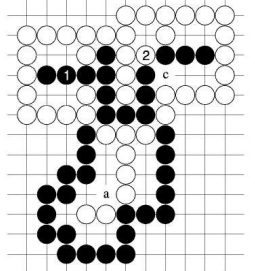
黒の調整値 = 0
先着すれば勝てる

■ 正解図



a と b が見合い
黒が手止りに着手

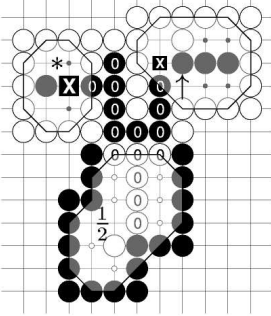
■ 失敗図



a と c が見合い
白が手止りに着手

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いの解析例 : 問題 (c)



$$\{4 | 0\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} 2 *$$

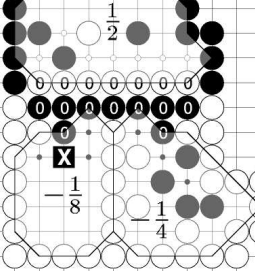
$$\{6 | \{4 | 0\}\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} 4 \uparrow$$

$$\{-5 | -8\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} -7 + \frac{1}{2}$$

合計 = $-\frac{1}{2} \uparrow * > -1$

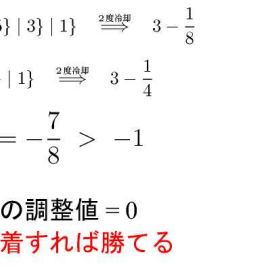
黒の調整値 = 0
先着すれば勝てる

■ 正解図



a と b が見合い
黒が手止りに着手

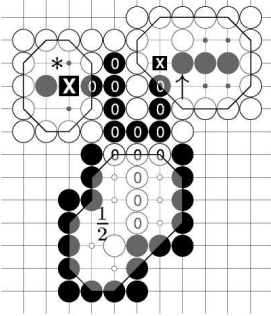
■ 失敗図



a と c が見合い
白が手止りに着手

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いの解析例 : 問題 (d)



$$\{-5 | -8\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} -7 + \frac{1}{2}$$

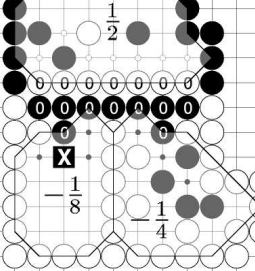
$$\{\{8 | 5\} | 3\} | 1\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} 3 - \frac{1}{8}$$

$$\{6 | 3\} | 1\} \xrightarrow{2 \text{度冷却}} 3 - \frac{1}{4}$$

合計 = $-\frac{7}{8} > -1$

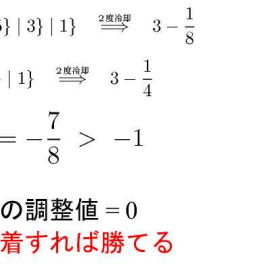
黒の調整値 = 0
先着すれば勝てる

■ 正解図



a と b が見合い
黒が手止りに着手

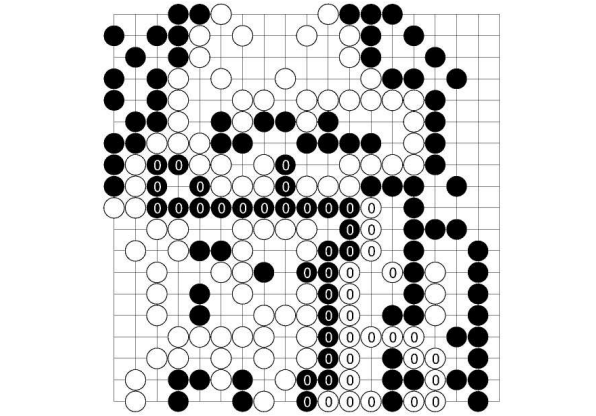
■ 失敗図



a と c が見合い
白が手止りに着手

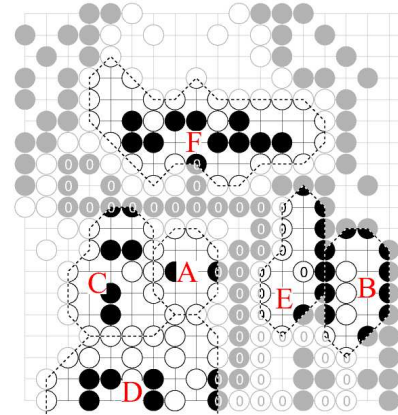
コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

19 路盤問題



コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

19 路盤問題



19 路盤問題の解析 : A, B

冷却 2^*

冷却 -2^*

19 路盤問題の解析 : C

標準形変換

冷却 3^*

19 路盤問題の解析 : D

冷却 $2 \downarrow$

19 路盤問題の解析 : E

冷却 $-4 \leftarrow$

$+BIG$

$+BIG$

19 路盤問題の解析 : F

冷却 $6 \uparrow^*$

19 路盤問題の解析

スコアの合計 = $(2^*) + (-2^*) + (3^*) + (2 \downarrow) + (-4 \leftarrow) + (6 \uparrow^*) + 2 - 10 = -1 \leftarrow$
 スコアの範囲: $0 > -1 \leftarrow > -1$

● 黒の調整値 = 0 \implies 黒が勝てる

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

19 路盤問題の正解手順

- 黒1, 白2の交換後 黒3とし, 白4を待って黒5と受けるのが肝要

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

19 路盤問題の正解手順

- 白6, 黒9, 白10, 黒11は攻合いの手数的にはすべて同じ価値で, どれを打っても同じ

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

19 路盤問題の正解手順

- これ以降は一手ずつのダメツメ作業
- 前図の黒11までで黒の一手勝が確定

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

19 路盤問題の正解手順

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

19 路盤問題の正解手順

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

19 路盤問題の正解手順

19 路盤問題の正解手順

19 路盤問題の正解手順

■ 実際に打ち上げるまでには49手の読み

19 路盤問題の黒の失敗手順

■ 黒1とこちらを打ってしまったら、白2とされ、黒3, 黒5を打ってももう攻めに勝てない。この図では黒1が大悪手

■ 白2で他に白6または白9でも良いが、白3や白7は不可

19 路盤問題 (その2)

19 路盤問題 (その2)

19 路盤問題 (その2) : 各部分局面の値

	value	atomic weight
A	$1\frac{3}{4}$	0
B	$2\{-3 \mid 0^3\}$	-3
C	$3\{-1 \mid 0\}$	-1
D	$3\uparrow^*$	1
E	$1\frac{3}{4}$	0
F	3	0
G	-1	0
H	$-2\frac{1}{2}$	0
I	-4	-1
J	-2^*	0
K	-1	0
L	$-3\{0 \mid +2\}$	1
M	$-2\{0^2 \mid +3\}$	2
Total	-1 ish	-1

19 路盤問題 (その2) : 部分局面 D

$\{\{7 | 3\}, 5 | 1\} \xrightarrow{2 \text{ 度冷却}} 3 \{0, * | 0\} = 3\uparrow*$

19 路盤問題 (その2) : 正解手

- 例えば, 黒 27 まで
- 黒の手数 : 22
- 白の手数 : 21
- 黒の1手勝

回廊型の領域

■ a, b, c はいずれも下図の構造

■ どれが最大?

- ▶ a の回廊 $n=3, x=8$
- ▶ b の回廊 $n=4, x=5$
- ▶ c の回廊 $n=5, x=4$

回廊型の領域の冷却値

■ 差分攻合いゲームによる検証

■ 領域の冷却値より $b > a > c$

黒負

回廊型の領域のカタログ 手数は? どこが大きい?

回廊型の領域のカタログ 領域の冷却値

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

回廊型の領域のカタログ 大きさの順番

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

攻合いゲームの勝敗の判定 (一般の場合)

G : 対象ブロックの内ダメを除く部分の攻合いゲーム
 Δ' : $Cool(G, 2)$ の攻撃側への調整値
 S : 内ダメ数

$$F = \begin{cases} S & (S = 0 \text{ または 防御側に 1 眼あり}) \\ S - 1 & (S > 0 \text{ かつ 防御側に 眼がない}) \end{cases}$$

$\Delta' \geq F$ ならば 攻撃側の 攻合い勝

コンピュータ囲碁講演会@東大 2006/01/23

まとめ

- 組合せゲーム理論
 - 全体の局面が独立した部分局面の和に分解できるようなゲームの解析に大きな威力を発揮する
- 囲碁に対する適用
 - ヨセの解析
 - コウの解析
 - 眼形の解析
 - 攻合いの解析
- コンピュータ囲碁の現状は、これらの技術を生かせるところまではまだ到達していないが、
- 近い将来、きっと...